ทฤษฎีเกม

เนื้อหา

- ลักษณะทั่วไปของ “ทฤษฎี”
- เป้าหมายของทฤษฎีเกม
- ข้อสมมติพื้นฐาน
- ตัวอย่าง

ลักษณะทั่วไปของ “ทฤษฎี”

- ความพยายามที่จะเข้าใจ “โลก”
- ละทิ้งรายละเอียดบางอย่าง
- วิเคราะห์และใช้ทำนายสิ่งที่เกิดขึ้นในโลกได้
- ใช้ทฤษฎีในการออกแบบ (เปลี่ยนแปลง) สิ่งที่เกิดขึ้นในโลกความเป็นจริง

ทฤษฎีเกม

◇ เกิดจากการศึกษาเกี่ยวกับ “การตัดสินใจเลือกทางเลือก” ของมนุษย์

◇ จุดเริ่มต้น (อย่างเป็นทางการ): จอหน์ ฟอน นอยมันน์ & ออสการ์ มอร์เกนสเตอร์น “*Theory of games and economic behavior*” ในปี 1944

◇ ใช้คณิตศาสตร์ในการอธิบาย: สมมติให้มนุษย์เป็นผู้ “optimize” ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ (utility function)

ทางเลือกของนักโทษ (Prisoner’ s dilemma)

นักโทษสองคนที่โดนจับร่วมกัน คือ นักโทษแก้ว และนักโทษขวด ถูกจับขังที่ห้องขังสองห้องที่ไม่สามารถติดต่อกันได้ อย่างไรก็ตามหลักฐานที่มีสามารถเอาผิดได้แค่ความผิดเล็ก ๆ (จำคุก 1 ปี) อย่างไรก็ตาม ถ้ามีนักโทษคนหนึ่งยอมรับผิดและใช้คำสารภาพนั้นเพื่อเอาผิดนักโทษอีกคนที่ไม่สารภาพ คนที่สารภาพจะถูกปล่อยตัวส่วนคนที่โดนเอาผิดนั้นจะโดนโทษหนัก (จำคุก 3 ปี) ถ้าสารภาพทั้งคู่ (ปรักปรำกันเอง) ทั้งคู่จะโดนโทษขนาดกลาง (จำคุก 2 ปี)

พวกเขาจะตัดสินใจอย่างไร?

ทางเลือกของนักโทษ (Prisoner’ s dilemma)

ลักษณะของตารางเกม:

นักโทษขวด

นักโทษแก้ว		ไม่สารภาพ	สารภาพ
	ไม่สารภาพ	2, 2	0, 3
	สารภาพ	3, 0	1, 1

หมายเหตุ ในการเขียนค่า utility เรานิยมเขียนของผู้เล่นแถว (แก้ว) ตามด้วยผู้เล่นคอลัมน์ (ขวด)

ทางเลือกของนักโทษ (Prisoner' s dilemma)

ลักษณะของตารางเกม:

นักโทษขวด

นักโทษแก้ว		ไม่สารภาพ	**สารภาพ**
	ไม่สารภาพ	2, 2	0, 3
	สารภาพ	3, 0	**1, 1**

ไม่ว่าผู้เล่นอีกคนจะเลือกอะไร "การสารภาพ" ให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด

นักโทษคิดถึงเพื่อน 70%

ลักษณะของตารางเกม:

นักโทษขวด

นักโทษแก้ว		**ไม่สารภาพ**	สารภาพ
	ไม่สารภาพ	**3.4, 3.4**	2.1, 3
	สารภาพ	3, 2.1	1.7, 1.7

นักโทษคิดถึงเพื่อน 50%

ลักษณะของตารางเกม:

นักโทษขวด

นักโทษแก้ว		ไม่สารภาพ	สารภาพ
	ไม่สารภาพ	3, 3	1.5, 3
	สารภาพ	3, 1.5	1.5, 1.5

การเลือกทางเลือกใด ๆ ให้ผลไม่แตกต่างกัน

แล้วจะทำนายผลเช่นใด?

blognone หรือคอนเสิร์ตบอยด์

นส.แก้ว (สุดสวย) และนายขวด (สุดเท่) เป็นแฟนกัน วันเสาร์ที่ 22 มีการจัด meeting ของเว็บ blognone กับคอนเสิร์ตของบอยด์ นส. แก้วอยากมางานของ blognone เพราะว่าอยากเจอพี่ลิ่ว ส่วนนายขวดชอบบอยด์มากอยากไปดูบอยด์มากกว่า ถ้าไม่ได้ไปงานที่ต้องการทั้งสองอาจจะมีความสุขลดลงหน่อย แต่อย่างน้อยยังได้ความสุขสนุกสนานจากการที่มีคู่ใจอยู่ข้าง ๆ การไปดูคอนเสิร์ตหรือไปงาน meeting นั้นไม่มีประโยชน์ถ้าไม่ได้ไปด้วยกัน (คงจะขาดใจตายให้ได้)

ลักษณะของตารางเกม:

ขวด

แก้ว		blognone	บอยด์
	blognone	2, 1	0, 0
	บอยด์	0, 0	1, 2

(ชื่อดั่งเดิมคือ Battle of the sexes (BoS))

blognone หรือคอนเสิร์ตบอยด์ (2)

ขวด

แก้ว		blognone	บอยด์
	blognone	2, 1	0, 0
	บอยด์	0, 0	1, 2

เราคาดว่าคำตอบที่ได้น่าจะเป็น (blognone,blognone) หรือ (บอยด์,บอยด์) อย่างไรก็ตาม ถ้าลักษณะของเกมเป็นเกมที่ผู้เล่นทั้งสองไม่สามารถสื่อสารกันได้ และไม่สามารถเปลี่ยนใจได้ คำตอบของเกมจะขึ้นกับ “ความเชื่อ” ของผู้เล่นเกี่ยวกับการตัดสินใจของอีกฝ่าย

ห้าวหรือหด

นักมวยสองคน (ฝีมือพอ ๆ กัน) ในการชกครั้งหนึ่งแต่ละคนจะเลือกได้ว่าจะห้าว หรือจะหด ถ้าหดทั้งคู่ก็จะไม่มีใครที่เจ็บมากแต่จะดูน่าเกลียด ถ้าอีกฝ่ายหนึ่งห้าวอีกฝ่ายหด คนที่ห้าวจะชนะและดูดีส่วนคนที่หดก็อาจจะแพ้ แต่ไม่เจ็บตัวเกินไป อย่างไรก็ตามถ้าห้าวทั้งคู่ไม่ว่าผลจะออกมาอย่างไรการบาดเจ็บจะมากเกิน และอาจทำให้ต้องแขวนนวมทั้งคู่

ลักษณะของตารางเกม:

ขวด

		หด	ห้าว
แก้ว	หด	3, 3	1, 4
	ห้าว	4, 1	0, 0

หนีหรือเจอ

นี่เป็นอีกเกมหนึ่งของหนุ่มสาว (เมื่อ 10 ปีที่แล้ว): ขวด นักเรียนชาย กับ แก้ว นักเรียนหญิง ยืนหันหลังให้กัน เมื่อเสียงสัญญาณดังขึ้นทั้งคู่ต้องเลือกหันซ้ายหรือขวา ถ้าทั้งคู่หันหน้าไปหากันนักเรียนชายจะชนะ ส่วนถ้าหันกันคนละทางนักเรียนหญิงจะชนะ (ไม่มีใครบอกว่าฝ่ายชนะจะได้หอมฝ่ายที่แพ้ ถ้าผู้ชายแพ้ก็แย่หน่อยถูกสาว ๆ หอม อิอิ)

ลักษณะของตารางเกม:

ขวด

		ซ้าย	ขวา
แก้ว	ซ้าย	-1, 1	1, -1
	ขวา	1, -1	-1, 1

มโนทัศน์ของคำตอบ (solution concepts)

◇ สังเกตว่าในการทำนายผลเกมต่าง ๆ หลาย ๆ ครั้ง เราจำเป็นจะต้องใส่ “ความเชื่อ” ของเราเองเข้าไปในการวิเคราะห์ เพื่อที่จะทำให้เราสามารถ “ทำนาย” คำตอบของเกมได้ และคำตอบนั้นสอดคล้องกับสิ่งที่เราคิดว่าน่าจะเป็น

◇ สิ่งที่เราเพิ่มเข้าไปนี้คือ*กรอบ* ให้กับการหาคำตอบของเรา

มโนทัศน์ของคำตอบ: strict dominant strategy

◇ **ทางเลือกของนักโทษ**: strict dominant strategy

ทุกกรณีได้ผลลัพธ์ของคำตอบที่ดีกว่าทั้งหมด, เป็นทางเลือกที่ยอมรับกันมากที่สุด อย่างไรก็ตาม น้อยเกมนักที่จะมีคำตอบลักษณะนี้

มโนทัศน์ของคำตอบ: เกมแบบต่อเนื่อง

◇ **สำหรับเกม "blognone หรือ บอยด์" และ "ห้าวหรือหด"**: คำตอบที่ได้ขึ้นกับความเชื่อเกี่ยวกับอีกฝ่ายหนึ่ง เกมลักษณะนี้ถ้าเราอนุญาตให้มีฝ่ายหนึ่งเลือกทางเลือกก่อน และให้อีกฝ่ายสังเกตได้ว่าฝ่ายแรกเลือกทางใด จะหาคำตอบได้

แก้วไป blognone	ขวดไป blognone	2, 1
	ขวดไปคอนเสิร์ต	0, 0
แก้วไป คอนเสิร์ต	ขวดไป blognone	0, 0
	ขวดไปคอนเสิร์ต	1, 2

ถ้าแก้วเป็นฝ่ายเลือกก่อน เธอจะพิจารณาว่าไม่ว่าเธอเลือก blognone หรือบอยด์ ขวดจะเลือกเหมือนเธอเสมอ นั่นคือเธอทราบผลลัพธ์ของเกม ดังนั้นเธอจึงสามารถเลือกได้ว่าควรไป blognone เพราะให้ค่า utility ของเธอเท่ากับ 2 ลักษณะของเกมแบบนี้เราเรียนกว่า extensive game with perfect information

◇ **หนีหรือเจอ**: แม้ว่าเราจะยอมให้มีการเลือกทางเลือกแบบมีลำดับ เราจะพบว่าเมื่อมีการเลือกแล้วอีกฝ่ายจะ "อยาก" เปลี่ยนทางเลือกเสมอ นั่นคือลักษณะของผลลัพธ์จะไม่เสถียร หรือไม่สมดุลย์

หมายเหตุคั่นเวลา

สังเกตว่าในการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีเกม จะมีปฏิสัมพันธ์ระหว่าง “ทฤษฎี” และ “ปฏิบัติ” ค่อนข้างมาก ดังจะเห็นได้จากการที่เรามักปรับ “โมเดล” หรือกรอบสำหรับอธิบายเชิงทฤษฎีให้สอดคล้องกับสิ่งที่สังเกตได้ในทางปฏิบัติเสมอ ๆ

สมดุลย์ของแนช

◇ จากกรณีของ "blognone และบอยด์" เราได้เห็นอีกแนวทางหนึ่งของการพิจารณาคำตอบของเกม นั่นคือการพิจารณาที่จุดสมดุลย์

◇ ชุดทางเลือกของผู้เล่นจะเรียกว่าเป็นสมดุลย์ของแนช เมื่อเราพิจารณาผู้เล่นแต่ละคนแล้วพบว่า เธอไม่มีความอยากที่จะเปลี่ยนทางเลือกที่เธอเลือกไว้ ถ้าคนอื่น ๆ คงทางเลือกเดิมไว้เสมอ

◇ สำหรับเกม "blognone หรือ บอยด์" ชุดทางเลือก (blognone, blognone) และ (บอยด์,บอยด์) เป็นจุดสมดุลย์ของแนช

◇ ในเกม "ห้าวหรือหด" ชุดทางเลือก (ห้าว,หด) และ (หด,ห้าว) ต่างก็เป็นจุดสมดุลย์ของแนช

หมายเหตุ: ความสมเหตุสมผลของลักษณะของการพิจารณาสมดุลย์นี้ เป็นสิ่งที่มีผู้ถกเถียงกันมาก และมีการพยายามอธิบายมากมายว่าทำไมผลลัพธ์จึงไปตกอยู่ที่จุดสมดุลย์นี้

ทฤษฎีบทของแนช

◇ ในกรณีของเกม “หนีหรือเจอ” เราพบว่าไม่มีคำตอบที่เป็นจุดสมดุลย์ของแนช

◇ อย่างไรก็ตาม ถ้าเรายอมให้ผู้เล่นเลือกใช้ทางเลือกแบบสุ่มได้ (เช่น หันซ้ายด้วยความน่าจะเป็น 0.5 หันขวาด้วยความน่าจะเป็น 0.5) เราจะพบว่าในกรณีนี้เราก็จะมีจุดสมดุลย์เช่นเดียวกัน (นั่นคือทั้งคู่จะใช้ strategy นี้)

◇ ทางเลือกแบบนี้เราเรียกว่าเป็น “mixed strategy”

◇ ในรายงายวิจัยความยาว 2 หน้าของ จอห์น แนช เขาได้พิสูจน์ว่าในทุก ๆ เกมที่มีผู้เล่นหลายคน จะมีชุดของทางเลือกที่เป็น mixed strategy ที่สมดุลย์เสมอ (นั่นคือมี mixed strategy Nash’s equilibrium) เขาได้รับรางวัลโนเบลจากงานชิ้นนี้

หมายเหตุ วิทยานิพนธ์ปริญญาเอกของแนชมีความยาว 32 หน้า สามารถดาวน์โหลดได้จากเว็บของมหาวิทยาลัยพรินส์ตัน

Braess' Paradox

```
          25km     100km
         ---------A========
        /                 \\
       /                   \\
  start                     finish
      \\                   /
       \\                 /
        ==========B--------
          100km      25km
```

ถนนเส้นใหญ่รองรับรถได้ 2000 คันต่อชั่วโมง ส่วนถนนเส้นเล็กรองรับรถได้ 250 คันต่อชั่วโมง

ถ้าถนนมีผู้ใช้น้อยกว่าความจุ แต่ละคนวิ่งด้วยความเร็ว 100 กม./ชั่วโมง ถ้ามีมากกว่านั้นจะได้ความเร็ว 100 x ความจุ/จำนวนคน /ชั่วโมง (เช่นในถนนมีความจุ 500 ถ้ามีคนใช้ 1000 คน จะวิ่งได้คนละ 50 กม./ชั่วโมง)

ถ้ามีรถ 1000 คัน 500 จะไปทางเหนือ และ 500 คันจะไปทางใต้ ใช้เวลา 90 นาที

Braess’ Paradox

```
          25km     100km
       ---------A========
      /         ||      \\
     /          ||       \\
start           ||0km     finish
    \\          ||        /
     \\         vv       /
      ==========B--------
        100km      25km
```

ตัดถนนเส้นใหญ่เพิ่ม โดยเป็นการตัดทะลุช่องเขา

ผู้ขับขี่คนหนึ่งสามารถลดเวลาการเดินทางได้ 30 นาที อย่างไรก็ตาม ทุก ๆ คนก็พยายามจะลดเวลาเช่นเดียวกัน สุดท้ายทุกคนจะหันมาใช้เส้น start/A/B/finish กันหมด ทำให้ทุกคนต้องใช้เวลารวม 120 นาที (เนื่องจากมีคนใช้ถนนเส้นเล็ก 1000 คน)

สังเกตว่าไม่มีใครมีแรงจูงใจให้เปลี่ยนการเดินทาง (นั่นคือนี่คือสมดุลย์ของแนช)

ตัวอย่าง: การประมูล

◇ ผู้เข้าประมูลเมื่อพิจารณาสินค้ามีมูลค่า v อยู่ในใจ ให้ประมูลโดยยื่นมูลค่า u

◇ อย่างไรก็ตามถ้าเราเปิดประมูลแล้วให้ผู้ที่ประมูลสูงสุดจ่ายเงินด้วยมูลค่าที่ยื่นไป สังเกตว่าถ้าเขาชนะเขาจะได้สินค้ามูลค่า v และจ่ายเงิน u นั่นคือได้มูลค่าสุทธิเหลือ $v - u$ สังเกตว่าเขาไม่ควรจะประมูลด้วยมูลค่า $u = v$ เนื่องจากจะทำให้ได้มูลค่าสุทธิเท่ากับ 0 แต่เขาจะประมูลด้วยค่าที่คิดว่าน่าจะชนะและได้ utility สุทธิมากที่สุด (ขึ้นกับความเชื่อของเขา)

◇ นั่นคือผู้เข้าประมูลจะไม่เปิดเผยข้อมูลบางอย่าง (นั่นก็คือมูลค่า v ที่เขามีให้กับสินค้า)

การประมูล: second price auction

◇ พิจารณาการประมูลแบบ e-Bay กล่าวคือ ให้ผู้ชนะจ่ายเงินด้วยมูลค่าเท่ากับคนที่ได้ที่สอง (second price auction)

◇ เขาไม่ควรประมูลด้วยค่า $u > v$: เนื่องจากถ้าเขาเป็นผู้ชนะ ในกรณีที่คนที่ได้ที่สองประมูลด้วยมูลค่า $u' > v$ แต่ $u' < u$ เขาจะต้องจ่ายเงิน u' ทำให้ได้ utility สุทธิเท่ากับ $v - u' < 0$ (แย่กว่าการอยู่เฉย ๆ) ในกรณีอื่น ๆ การประมูลด้วยค่า $u = v$ ให้ผลไม่แตกต่างกัน

◇ เขาไม่ควรประมูลด้วยค่า $u < v$: เนื่องจากถ้าเขาแพ้แต่ผู้ชนะประมูลด้วยมูลค่า $u' > u$ ที่ $u' < v$ ถ้าเขาประมูลด้วยมูลค่า v เขาจะชนะและจ่ายเงิน u' และได้ utility สุทธิเท่ากับ $v - u' > 0$ ซึ่งดีกว่าการแพ้ประมูล ส่วนในกรณีอื่น ๆ การประมูลด้วยค่า $u = v$ ให้ผลไม่แตกต่างกัน

◇ สังเกตว่าการเลือกประมูลด้วย $u = v$ ทำให้ได้ผลที่ไม่แย่กว่าทางเลือกอื่น ๆ เลย และยังให้ผลดีกว่าในบางกรณีอีกด้วย

◇ นี่คือคำตอบที่มีลักษณะแบบ weakly dominant strategy

การออกแบบกรรมวิธี (Mechanism Design)

◇ ตัวอย่างข้างต้นเป็น “การนำทฤษฎีมาออกแบบโลก” ที่พยายามจะทำให้เกิดผลตามที่เราต้องการ

◇ ในโลกปัจจุบัน “ทฤษฎีเกม” เข้ามามีบทบาทมากในการวิเคราะห์และออกแบบในหลาย ๆ เรื่อง ปัจจัยหนึ่งอาจมาจากการที่เราอยู่ในยุคของ “ซอฟต์แวร์เอเยนต์” ที่มีทำงานประสานกัน และเราไม่สามารถเข้าไปจัดการหรือกำหนดมาตรฐานให้กับซอฟต์แวร์ได้อย่างสมบูรณ์แบบ

◇ เอเยนต์แต่ละตัวอาจจะพยายามทำอะไรที่ส่งผลที่ดีที่สุดกับตัวเอง โดยไม่จำเป็นต้องคำนึงผลต่อระบบ หรือกฎเกณฑ์ใด ๆ ก็ได้

◇ ยกตัวอย่างการจัดการกับ congestion ของโปรโตคอล TCP/IP ซึ่งใช้วิธี additive increase, multiplicative decrease ถ้ามีเครื่องหนึ่งเมื่อมีการใช้สายสัญญาณล้น แต่ไม่ยอมลดขนาดของข้อมูลที่ส่ง ก็จะได้เปรียบและได้ช่องสัญญาณมากขึ้นเรื่อย ๆ